مراجعة ليلة الامتحان

في مادة الرياضيات توجيهي أدبي * شرعي

أ. أحمد زكريا صهيب
0595420662

القسم الأول . أسئلة (اختر الإجابة الصحيحة) دون خيارات للتعود على حل السؤال . لحظ الخبر

١. ميل المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ في النقطتين $أ(١،٣)$ ، $ب(٣،٩)$ يساوي

الحل $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٩ - ٣}{٣ - ١} = \frac{٦}{٢} =$ [٣]

٢. إذا كان $هـ(٣) - هـ(١) = -١٦$ ، فما متوسط تغير الاقتران عندما تتغير $س$ من $س = ١$ إلى $س = ٣$

الحل $م.ت = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} = \frac{-١٦}{٢} =$ [-٨]

٣. إذا كان مقدار التغير في الاقتران $هـ(س) = -١٦$ على الفترة $[١،٣]$. أحسب متوسط التغير على نفس الفترة .

الحل التغير في الاقتران $= هـ(٣) - هـ(١)$ الجواب [-٨]

$\Delta ص$

٤. متوسط تغير الاقتران $هـ(س) = \sqrt{س+١}$ عندما تتغير $س$ في الفترة $[٣،٨]$ يساوي

الحل $م.ت = \frac{هـ(٨) - هـ(٣)}{٨ - ٣} = \frac{\sqrt{٨+١} - \sqrt{٣+١}}{٥} = \frac{٣ - ٢}{٥} = \frac{١}{٥}$

٥. إذا كان $هـ(س) = \sqrt{س}$ فإن $هـ'(٤) =$ ـــــ . قاعدة $هـ'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

الحل $هـ'(٤) = \frac{١}{٢\sqrt{٤}} = \frac{١}{٢ \times ٢} =$ [$\frac{١}{٤}$]

٦. إذا كان $هـ(س) = ٣هـ(س) + س$ ، $(هـ'(٢) = -١)$ ، $هـ(٢) = ٣$ فإن $هـ'(٢) =$ ـــــ

الحل نشتق $هـ'(س) = ٣هـ'(س) + ١$ عوض بـ ٢ بدل $س$

$هـ'(٢) = ٣هـ'(٢) + ١ = ٣ \times -١ + ١ = -٣ + ١ =$ [-٢]

٧. عدد القيم القصوى المحلية للاقتران $هـ(س) = س^٣ - ٨$ يساوي صفر .

الحل نشتق $هـ'(س) = ٣س^٢ = ٠$

$س^٢ = ٠$

$س = ٠$

لا توجد قيم قصوى

٨. إذا كان للاقتران $هـ(س)$ قيمة عظمى محلية عند النقطة $(٢،٥)$ فإن $هـ'(٢) =$ صفر .

$هـ'(س) =$ صفر

٩. إذا كان $هـ(س) = ٥س^٣ - ١٥س + ٢٠$ ، فإن قيمة $س$ التي يكون للاقتران عندها قيمة صغرى محلية هي ١

الحل $هـ'(س) = ١٥س^٢ - ١٥ = ٠$

$\frac{١٥س^٢}{١٥} = \frac{١٥}{١٥}$

$س^٢ = ١$

$س = \pm ١$

صغرى $س = ١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠. إذا كان $ق(٢)=٣$ ، $ق'(٢)=٤$ ، $هـ(س)=(س^{٢}+٢)$ فإن $(ق \times هـ)'(٢)=$ ـــــ

الحل: $(ق \times هـ)'(س) = ق(س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times ق'(س)$ ← نشتق $هـ(س)$ ← نعوض بـ ٢

$= ق(٢) \times هـ'(٢) + هـ(٢) \times ق'(٢)$ ← قانون مشتقة الضرب

$= ٣ \times ٤ + ((٢)^{٢}+٢) \times ٤ = ١٢ + ٢٤ = \boxed{٣٦}$

١١. إذا كان $ق(س) = ٢س^{٣} - ٣س + ٤$ ، وكان $ق'(٢)=٥$. فما قيمة الثابت $أ$.

الحل: $ق'(س) = ٦أس^{٢} - ٣$ ← نشتق / نعوض بـ ٢ ونساوي بـ ٥

$ق'(٢) = ٦أ(٢)^{٢} - ٣ = ٥$

$٢٤أ = ٨$ ← $\boxed{أ = \frac{١}{٣}}$

١٢. إذا كان $\int ق(س)\,د س = ٣س^{٣} - ٢س + جـ$ فإن $\int_{١}^{٣} ق(س)\,د س =$ ـــــ .

إذا احتوى التكامل على غير محدود فإنا محدود نلغي الثابت جـ ونعوض بالحدود

الحل: $\int_{١}^{٣} ق(س)\,د س = ٣س^{٣} - ٢س \Big|_{١}^{٣} = (٣(٣)^{٣} - ٢(٣)) - (٣(١)^{٣} - ٢(١))$

$= ٢١ - ١ = \boxed{٢٠}$

١٣. إذا كان $\int ق(س)\,د س = س^{٢} + ٣س + جـ$ فإن $ق(١) =$ ـــــ .

الحل: نشتق ونعوض بـ ١

$ق'(س) = ٢س + ٢$

$ق'(١) = ٢(١) + ٢ = \boxed{٤}$

١٤. إذا كان $ق(٧) = ٨$ ، $ق(٥) = -٢$ فما قيمة $\int_{٥}^{٧} ٢ق'(س)\,د س =$ ـــــ .

الحل: $\int_{٥}^{٧} ٢ق'(س)\,د س = ٢ق(س) \Big|_{٥}^{٧} = ٢(ق(٧) - ق(٥)) = ٢(٨ - -٢)$

$= ٢ \times ١٠ = \boxed{٢٠}$

١٥. إذا كان $\int_{١}^{٢} ق(س)\,د س = ٣$ ، $\int_{١}^{٥} ق(س)\,د س = \frac{١٤}{٢}$ فما قيمة المقدار $\int_{١}^{٢} ق(س)\,د س - \int_{٥}^{٢} ق(س)\,د س$

نقلبها تحول إلى (+)

الحل: $\int_{١}^{٢} ق(س)\,د س + \int_{١}^{٥} ق(س)\,د س = \int_{١}^{٥} ق(س)\,د س = \boxed{٧}$

١٦. إذا كان $ص = س^{٢} + \int_{١}^{س} (٢ن + ١)\,د ن$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$ تساوي

الحل: نشتق $\frac{د ص}{د س} = ٢س + صفر + ٢س + ١$ نعوض بـ ١

$= ٢(١) + ٢(١) + ١ = \boxed{٥}$

١٧. إذا كان $\int_{١}^{٣} ب\,د س = ٨$ فإن قيمة الثابت $ب =$ ـــــ .

الحل: $ب س \Big|_{١}^{٣} = ٨$ ← $٣ب - ب = ٨$

$\frac{٢}{٢}ب = \frac{٨}{٢}$ ← $\boxed{ب = ٤}$

١٨. $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{د س}{د س}(٢س + ١)\,د س =$ ~~صفر~~ $= \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (٢س + ١)\,د س$

مشتقة التكامل المحدود = صفر دائماً

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٤. إذا كانت $P=\begin{bmatrix} س & ٥ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ وكان $|P^{-١}| = ٥٤$ فإن قيمة/قيم س تساوي .

$|P^{-١}| = ٥٤$

$\frac{١}{|P|} = ٥٤$

$|P| = \frac{١}{٥٤} \times ٩$

$|P| = ٦$

$س ٢ - ١٠ = ٦$

$س ٢ = ١٦$

$س ٢ = ٤$

$س = \pm ٢$

٣٥. إذا كانت $P=\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب=\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix}$ جد قيمة $١٥P + ١٥ب - ١٤(P+ب)$

نوزع ١٤ على القوسين.

$= ١٥P + ١٥ب - ١٤P - ١٤ب$

$= P + ب = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix}$

٣٦. إذا كانت $ع = \begin{bmatrix} ٤ & س ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} س ٢ & -٤ \\ ٢ & س \end{bmatrix}$ جد قيمة/قيم س التي تجعل المصفوفة ع مفردة.

محدودها يساوي صفر

$ع = \begin{bmatrix} س ٢ + ٢س & ٠ \\ ٥ & ١ + س \end{bmatrix}$

$|ع| = ٥(س ٢ + ٢س) - ٠ = ٠$

$٥س ٢ + ١٠س = ٠ \div ٥$

$س ٢ + ٢س = ٠$ علاقة مشتركة

$س(س+٢) = ٠$

$س = ٠$ أو $س = -٢$

٣٧. إذا كانت $س = ٤$ ، $|٣ص| = ١٢$ ، $ص = ٥$ فإن $|٣ص| =$ ـــــ .

$|ص| = \frac{|٣ص|}{٣} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

$|٣ص| = |P| \times ص = ٣ \times ٥ = ١٥$

$|P| = \frac{|٣ص|}{ص}$

٣٨. إذا كانت $P_{٣س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $P_{ص} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ فما قيمة $|P| = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ٤ \end{vmatrix} = -٤ - ٣ = -٧$

٣٩. P مصفوفة مربعة صف رتبتها الثانية ، وكانت $|٢P| = ٢٤$ ، فما قيمة $\frac{١}{٤}|P| - |P^{-١}|$

$|٢P| = ٢^{٢}|P| = ٢٤$

$\frac{٤}{٤}|P| = ٦$

$|P| = ٦$

المطلوب $\frac{١}{٤}|P| \times ٩ - |P| \times ٦$

$= \frac{١}{٤} \times ٦ \times ٩ - ٦ = ٣ - ٥٤ = -٥١$

٤٠. P ، ب ، جـ ثلاث مصفوفات حيث $P_{م \times ن} \times ب_{س \times ٤} = جـ_{٣ \times ك}$ فما قيمة المقدار $م + ن - ك$

$ن = س$ ، $ك = ٤$ نزيادة

$م = ٢$ بداية

$= ٢ + ٣ - ٤ = ١$

٤١. ما مجموعة حل المعادلة لو $(٣)^{٣س - ١} = ٥$

أصول الصورة أحرف

$٢٧^{٣س - ١} = ٥$

$٣^{٣س - ١} = ٥$

$(٣س - ١) = ٠$

$٣س - ١ = ١٥$

$٣س = ١٦$

$س = \frac{١٦}{٣}$

$س = \frac{١٦}{٣}$

مجموعة الحل $= \{\frac{١٦}{٣}\}$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٦. إذا كانه $ق(س) = ٣ - ٢س$ ، $هـ(س) = \frac{١}{٣}س^{٣}$ فما قيمة $\frac{ق'(١)}{هـ'(١)}$ ليست قاعدته قسمة

الحل $ق'(س) = -٢$ ... $هـ'(س) = س^{٢}$

$$\frac{ق'(١)}{هـ'(١)} = \frac{-٢}{(١)^{٢}} = \boxed{-٢}$$ بقوانين ب١

٢٧. إذا كانه $ق(س) = ٦س - س^{٢}$ له قيمة عظمى محلية $\boxed{\text{قيمتها}} =$ ـــــ . وليست قيمة $س$

الحل $ق'(س) = ٦ - ٢س = ٠$

$-٢س = -٦$

$\frac{-٦}{-٢} = س$

$\boxed{س = ٣}$ قيمة واحدة لا تحتاج رسم خط أعداد

$ق(٣) = (٦)(٣) - (٣)^{٢}$

$= ١٨ - ٩ = \boxed{٩}$

٢٨. إذا كانت $أ$ ، $ب$ ، $جـ$ مصفوفات حيث $\boxed{أ \times ب = جـ}$ وكانت رتبة $أ = ٣ \times ٣$ ، رتبة $جـ = ١ \times ٣$

فإن رتبة $ب =$ ـــــ .

الحل $١ \times ٣ = \square \times \square \times ٣ \times ٣$ ← يجب تساوي الرتب الوسطى في الضرب ونأخذ الباقية بين الناتج

٢٩. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & ٥ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$ فما قيمة $٢أ_{١٢} - (أ_{٢٣})^{٢} = ٢ \times ٥ - (٢)^{٢} = ١٠ - ٤ = \boxed{٦}$

$أ_{١٢}$ صف ١ عمود ٢ ، $أ_{٢٣}$ صف ٢ عمود ٣

٣٠. إذا كانه $\begin{bmatrix} ٤-ب & ٦ \\ ٩ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٦ \\ ب & ك+٢ \end{bmatrix}$ فإن قيمة الثابتين $ب$ ، $ك$ على الترتيب ٣-٤٢.

الحل $٤ - ب = ٦$

$-ب = ٦ - ٤$

$-ب = ٢$

$\boxed{ب = -٢}$

$ب = ك + ١$

$-٢ = ك + ١$

$-٢ - ١ = ك$

$\boxed{-٣ = ك}$

٣١. إذا كانت $\begin{vmatrix} -١٢ & ٣ \\ ٣س & -٣ \end{vmatrix} = ٦$ فما قيمة $س$

الحل فك المحدد

$(٣٦) - ٦س = ٦$

$-٦س = ٦ - ٣٦$

$-٦س = -٣٠$

$\div -٦$

$\boxed{س = ٥}$

٣٢. $أ$ مصفوفة ثنائية مربعة ، $|أ| = -١٢$ ، فما قيمة $|\frac{١}{٤}أ| =$ ـــــ

الحل $|أ| = -١٢$ ← تربيع لأن المحدد

$\frac{١}{٤} \times |أ| = \frac{١}{٤} \times -١٢ = \boxed{-٣}$

٣٣. إذا كانت $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ فما هي المصفوفة $أ =$ ـــــ .

الحل $|أ^{-١}| = ٢ \times ٣ - ١ \times ٤$

$= ٦ - ٤ = ٢$

$أ = (أ^{-١})^{-١}$ تذكر

$أ = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٢ & -٤ \\ -١ & ٣ \end{bmatrix}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٩. أوجد $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$ بتعويض $u = \sin x$ ثم بتعويض $u = \frac{\pi}{2} - x$

$= \left[\frac{u^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$

أ. زكريا أحمد
0595420662

٢٠. إذا كان $\int_{1}^{p} (2x+1)\,dx = 4$ فما قيمة/قيم الثابت p.

الحل $\left[x^2 + x\right]_1^p = 4$

$(p^2+p) - (1+1) = 4$

$p^2 + p - 2 = 4$

$p^2 + p - 6 = 0$

$(p+3)(p-2) = 0$

$p = -3$ أو 2

٢١. إذا كان $f(x) = \frac{k}{3-2x}$ وكانت $f'(1) = 4$ فما قيمة الثابت k = ـــــ

الحل $f'(x) = \frac{-k \times -2}{(3-2x)^2}$ نعوض بـ $x = 1$

$f'(1) = \frac{2k}{(1)^2} = 4$ ÷ 2 $\quad \frac{2k}{1} = 4$ $\quad \boxed{k = 2}$

٢٢. إذا كانت $\int_{2}^{7} f(x)\,dx = 3$ ، $\int_{3}^{7} f(x)\,dx = -6$ فإن $\int_{2}^{3} 4f(x)\,dx =$ ـــــ .

الحل نقسم على 3 $\quad$ تصبح $\int_{3}^{7} f(x)\,dx = -2$ $\quad$ المطلوب $\int_{2}^{3} 4f(x)\,dx = 4 \times \left(\int_{2}^{7} + \int_{7}^{3}\right)$ (عكسية)

خاصية إضافة $= 4 \times (3+2) = 4 \times 6 = \boxed{24}$

٢٣. إذا كان $\int_{1}^{4} f(x)\,dx = 10$ ، فما قيمة $\int_{1}^{4} \frac{1}{2} f(x)\,dx$ = ـــــ

الحل نقسم على 2 $\quad \int_{1}^{4} f(x)\,dx = 5$ $\quad$ المطلوب $\frac{1}{2} \times 5 = \boxed{\frac{5}{2}}$ المكلوب

٢٤. إذا كان $\int_{1}^{4} f(x)\,dx + \int_{4}^{7} f(x)\,dx = \int_{1}^{7} f(x)\,dx$ فإن قيمة b = ـــــ .

الحل خاصية الإضافة $\quad 2b = 4$ $\quad \boxed{b = 2}$

٢٥. إذا كان $\int f(x)\,dx = x^3 - 2x^2 + c$ ، وكان $f(2) = 4$ فما قيمة p .

الحل $f(x) = x^3 - 2x^2$ $\quad f'(x) = 3x^2 - 4x$

$f'(2) = 3(2)^2 - 4(2) = 4$

$12 - 4p = 4$ $\quad 4p = 8$ $\quad \boxed{p = 2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥٧. متسلسلة حسابية حدها الأول ٢ ، وحدها العاشر ٢٠ . ما مجموع أول عشر حدود منها

الحل: $ح_1 = ٢$ ، $ح_{١٠} = ٢٠$ ، $ن = ١٠$ ، $مجـ_{١٠} = ؟؟$

إذا سئل عن $ح_ن$ هو الأخير

$مجـ_ن = \frac{ن}{٢}(ح_1 + ح_ن)$

$مجـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢}(٢ + ٢٠)$

$= ٥ \times ٢٢ = ١١٠$

٥٨. ما عدد الحدود اللازم أخذها من المتسلسلة ٣ + ٨ + ١٣ + --- ليصبح المجموع ١٠١٠

الحل: $ح_1 = ٣$ ، $د = ٨ - ٣ = ٥$ ، $مجـ_ن = ١٠١٠$ ، $ن = ؟؟$

$مجـ_ن = \frac{ن}{٢}(٢ ح_1 + (ن-١)د)$

$١٠١٠ = \frac{ن}{٢}(٢(٣) + (ن-١)(٥))$

$٢٠٢٠ = ن(٦ + ٥ن - ٥)$

$٢٠٢٠ = ن(٥ن + ١)$

$٥ن^٢ + ن - ٢٠٢٠ = ٠$

التحليل هنا صعب نلجأ للخيارات

جرب بدل ن

$٥(٢٠)^٢ + ٢٠ - ٢٠٢٠ = ٢٠٠٠ - ٢٠٢٠ = ٠$ ✓

$ن = ٢٠$

الخيارات: {١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ١٠٠}

٥٩. ما قيمة الثابت P في المتسلسلة $\sum_{ن=١}^{٣} (P ن^٢ + P ن + ١) = ١٥$

الحل: $P(١)^٢ + P(١) + ١ + P(٢)^٢ + P(٢) + ١ + P(٣)^٢ + P(٣) + ١ = ١٥$

$P^٢ + P + ١ + ٤P^٢ + ٢P + ١ + ٩P^٢ + ٣P + ١ = ١٥$

$١٤P^٢ + ٦P + ٣ = ١٥$

$١٤P^٢ + ٦P - ١٢ = ٠$ ÷ ٦

$٢P^٢ + P - ٢ = ٠$

$(٢P + ٤)(P - ١) = ٠$

$P = -٢$ أو $P = ١$

٦٠. إذا كان $ص_{ح} = ١٢٥$ ، وكان $٢^{(٦ - ح ص)} = ٦٤$ فإن قيمتي ح ، ص على الترتيب هما

الحل: $ص_{ح} = ص^٣$

$ح = ٣$

$٦ - ٣ص = ٦$

$-٣ص = ٠$

$ص = ٠$

٣ ، ٠

٦١. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من العلامات يساوي ٥٦ ، والانحراف المعياري ٤ فما العلامة التي تكون انحرافيه أكبر من الوسط.

الحل: $م = ٥٦$ ، $ع = ٤$ ، العلامة $ح = ؟؟$

$ع = \frac{ح - م}{٥}$

$-٢ = \frac{ح - ٥٦}{٤}$

$-٨ = ح - ٥٦$

$ح = ٤٨$

حساب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤٩. قيمة $س$ التي تحقق المعادلة $لو_{٢} س + لو_{٢} س^{٢} = ٦$ هي ـــــ

الحل
$لو_{٢} س \times س^{٢} = ٦$
$س^{٣} = ٢^{٦}$
$س^{٣} = ٦٤$
$س = ٤$

أ. محمد زكريا ضهد
0595420662

أصول الجمع
أو الضرب

اللوغاريتمية أو بالخيارات عوضنا

٥٠. ما أساس المتسلسلة $\sum_{ر=١}^{ن} (٣ - ٣ر)$

الحل $ح_{١} = ٣ - ٣(١) = ٠$
$ح_{٢} = ٣ - ٣(٢) = -٣$
$ف = ح_{٢} - ح_{١} = -٣ - ٠ = -٣$

٥١. ما هو الحد السادس في المتسلسلة $\sum_{ر=١}^{٦} (٨ - ٢ر)$

الحل $ح_{٦} = ٨ - ٢(٦)$
$= ٨ - ١٢ = -٤$

٥٢. ما مجموع أول ٣ حدود في المتسلسلة $\sum_{ر=١}^{\infty} (٢ر - ٧)$

الحل $٢(١) - ٧ + ٢(٢) - ٧ + ٢(٣) - ٧$
$= -٥ + -٣ + -١ = -٩$

٥٣. متسلسلة حسابية مجموع أول ستة عشر منها ٣٢ ، وأساسها -٢. ما حدها الأول.

الحل
$ن = ١٦$
$ج_{١٦} = ٣٢$
$ف = -٢$
$ح_{١} = ؟؟$

$ج_{ن} = \frac{ن}{٢} (٢ح_{١} + (ن-١) \times ف)$

$٣٢ = \frac{١٦}{٢} (٢ح_{١} + (١٦-١) \times -٢)$

$٤ = ح_{١} + ٣٢ - ٣٠$

$ح_{١} = ١٢$

٥٤. إذا كان مجموع أول ن حداً من متسلسلة حسابية يُعطى بالعلاقة $ج_{ن} = ن^{٢} + ٦ن$ فإن الأساس يساوي

الحل $ح_{١} = ج_{١} = (١)^{٢} + ٦(١) = ١ + ٦ = ٧$
$ح_{٢} = ج_{٢} - ج_{١} = (٢^{٢} + ٦(٢)) - ٧ = ٩$
$ف = ح_{٢} - ح_{١} = ٩ - ٧ = ٢$

تابع

٥٥. الحد السادس عشر يساوي ـــــ. $ح_{١٦} = ج_{١٦} - ج_{١٥}$
$= ((١٦)^{٢} + ٦(١٦)) - ((١٥)^{٢} + ٦(١٥))$
$٣٥٢ \quad ٣١٥$
$= ٣٧$

٥٦. ما عدد حدود متسلسلة حسابية حدها الأول ٧ ، وحدها الأخير ٣٥ ومجموعها ٤٢٠.

الحل
$ن = ؟$
$أ = ٧$
$ل = ٣٥$
$ج_{ن} = ٤٢٠$

$ج_{ن} = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$٤٢٠ = \frac{ن}{٢} (٧ + ٣٥)$

$٨٤٠ = ن \times ٤٢$

$ن = ٢٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤٢. إذا كانت $٣^{٦س+٢} = \left(\frac{١}{٨١}\right)^{س}$ ما قيمة س

الحل
$٣^{٦س+٢} = ٣^{-٤س}$
$٦س + ٢ = -٤س$
$٢ = -١٠س$
$س = \frac{٢}{-١٠} = \boxed{-\frac{١}{٥}}$

٤٣. جد قيمة / قيم س التي تحقق المعادلة $\log_{٤}(س^{٢} - ٣س) = \log_{٤} ١٠$

الحل
$س^{٢} - ٣س = ١٠$
$س^{٢} - ٣س - ١٠ = ٠$
$(س - ٥)(س + ٢) = ٠$
$س = ٥$ أو -٢

لو = لو
نشطب اللوغاريتم

٤٤. إذا كان $\log_{ب} س = ٦$ ، $\log_{ب} ص = ٨$ جد قيمة $\log_{ب}\left(\frac{س}{ص}\right)$

الحل
$\log_{ب}\left(\frac{س}{ص}\right) = \log_{ب} س - \log_{ب} ص$
$= ٦ - ٤ = \boxed{٢}$

$\log_{ب} ص = \frac{٨}{٢}$
$\boxed{\log_{ب} = ٤}$

٤٥. حل المعادلة $\log_{٥} ٣ + \log_{٥}(س - ١) = \log_{٥} ٨$ هو

الحل
$\log_{٥} ٣(س - ١) = ٣$
$٣س - ٣ = ١٢٥$
$٣س = ١٢٨$
$س = \frac{١٢٨}{٣}$ ÷٣

لوغاريتم الجمع
حول (١) ضرب

علامة إذا لم يوجد فيما س. $\boxed{٥^{٣} = ١٢٥}$

٤٦. ما عدد حلول المعادلة $٣^{س^{٢}-٤} = ٧^{س-٢}$

الحل
$س^{٢} - ٤ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$
$س^{٢} = ٤$
$\boxed{س = ٢}$ أو -٢

إذا اختلف الأساس
فإنه الأسس تساوي
صفر

الحل المشترك $س = ٢$

$\boxed{\text{حل واحد فقط}}$

٤٧. ما قيمة س التي تحقق المعادلة $٢٧^{س-١} = \frac{١}{٩}$

الحل
$(٣^{٣})^{س-١} = ٣^{-٢}$
$٣س - ٣ = -٢$
$-٣س = -٢ - ٣$
$-٣س = -٥$
$\boxed{س = \frac{٥}{٣}}$

٤٨. مجموعة حل المعادلة $٣^{٤س+١٢} = ١$ هي

الحل
١ تجعله ٣
$٤س + ١٢ = ٠$
$٤س = -١٢$ ÷٤
$\boxed{س = -٣}$

$٤٠٣ = ٤ - ٣$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥. جد متوسط تغير الاقتران $ق(س) = ٢س^{٢} - ١$

علماً بأن $س_{١} = -٣$ ، $\Delta س = ٥$

الحل $\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$٥ = س_{٢} + ٣$

$س_{٢} = ٥ - ٣$

$\boxed{س_{٢} = ٢}$

م.ت $= \frac{ق(٢) - ق(-٣)}{٢ - (-٣)} = \frac{(٢)(٢)^{٢} - ١) - (٢(-٣)^{٢} - ١)}{٥}$

$= \frac{٧ - ١٧}{٥}$

$= \frac{-١٠}{٥} = \boxed{-٢}$

٦. إذا كان متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ في $[١، ٣]$ يساوي ٥

جد متوسط تغير الاقتران $هـ(س) = ٢ق(س) + ٤س$ على نفس الفترة.

الحل

$ق(س)$	$هـ(س)$
م.ت $= \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$	م.ت $= \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$
$٥ = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٢}$	$= \frac{(٢ق(٣) + ٤(٣)) - (٢ق(١) + ٤(١))}{٢}$
$\boxed{١٠ = ق(٣) - ق(١)}$	$= \frac{٢ق(٣) - ٢ق(١) + ٤}{٢}$
	بالاستبدال $= \frac{٢(ق(٣) - ق(١)) + ١٦}{٢}$
	$= \frac{٢ \times ١٠ + ١٦}{٢} = \boxed{١٨}$

٧. حل المعادلة $٢ \log_{٣}(س + ٢) = \log_{٣} ٩$

الحل $\log_{٣}(س + ٢)^{٢} = \log_{٣} ٩$

نحول إلى الصورة الأسية

$(س + ٢)^{٢} = ٩$

$س + ٢ = ٣$

$س = ٣ - ٢ = ١$

$م.ح = \{١\}$

٨. إذا كان $ق(س) = هـ(س) \times (س^{٢} - ٦س)$

أوجد $ق'(١)$ علماً بأن $هـ(١) = ٢$ ، $هـ'(١) = -١$

الحل قانون مشتقة الضرب

$ق'(س) = هـ(س) \times (٢س - \frac{١}{٢\sqrt{س}}) + (س^{٢} - ٦س) \times هـ'(س)$

بالتعويض

$ق'(١) = هـ(١) \times (٢(١) - \frac{١}{٢\sqrt{١}}) + (١^{٢} - ٦(١)) \times هـ'(١)$

$= ٢ \times (٢ - \frac{١}{٢}) + ٠$

$= ٢ \times \frac{٣}{٢} = \boxed{٣}$

٩. إذا كان $ق(س) = (٢س^{٢} + ٣س - ٥)$ ، $هـ(س) = س^{٢} + ٢$

وكان $\boxed{(ق \times هـ)'(١) = ٢١}$ جد قيمة الثابت ٢

الحل قانون الضرب

$ق(س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times ق'(س)$

بالتعويض

$(٢س^{٢} + ٣س - ٥) \times ٢س + (س^{٢} + ٢) \times (٤س + ٣)$

بالتعويض $س = ١$

$(٢ + ٣ - ٥)(٢) + (١ + ٢)(٤ + ٣) = ٢١$

$(٢)(٢) + (٣)(٧) = ٢١$

$٤ + ٢١ = ٢١$

$٢٥ = ٢١$

$٢٥ - ٢١ = ٠$

$٤ = ٢٥$

$\boxed{٢ = ٢}$

١٠. حل المعادلة $(\frac{١}{٢})^{س} = ٤^{س - ٥}$

الحل $(\frac{١}{٢})^{س} = ٤^{-١(س - ٥)}$

$٤^{-س} = ٤^{-س + ٥}$

$-س = -س + ٥$

$-س + س = ٥$

$٠ = ٥$ (غير صحيح)

$م.ح = \{\}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧١. إذا كان مجموع علامات ٥٠ طالباً في امتحان الرياضيات هو ١٠٠٠، والانحراف المعياري ١٠ فإن العلامة التي تنحرف انحرافين فوق الوسط تساوي ـــــ العلامة

الحل: نجد $\mu = \frac{1000}{50} = 20$ ، $\sigma = 10$ ، $ن = 2+$ ، $س = ؟؟$

$ن = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$2 = \frac{س - 20}{10}$

$20 = س - 20$

$س = 40$

٧٢. في توزيع طبيعي معياري إذا كانت المساحة تحت $ع = 1$ هي ٠٫٨٤١٣ والمساحة فوق $ع = 0٫50$ هي ٠٫٦٩١٥

نجد المساحة عندما $(0٫50 < ع < 1)$ = المساحة تحت $(ع = 1)$ − المساحة (تحت $ع = 0٫50$)

$= 0٫8413 - 0٫6915 = 0٫1413$

القسم الثاني: أسئلة مقالية.

١. نجد متوسط تغير الاقتران $ق(س) = س^3 - س^2$ عندما تتغير $س$ في الفترة $[2، 4]$

$م.ت = \frac{ق(4) - ق(2)}{4 - 2}$

$= \frac{(4^3 - 4^2) - (2^3 - 2^2)}{2} = \frac{48 - 4}{2} = 21$ علاقة

٢. إذا كان $ق(1) = 4$ وكان متوسط التغير في الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = 5$ يساوي $\frac{3}{2}$ نجد $ق(5)$

$م.ت = \frac{ق(5) - ق(1)}{5 - 1}$

$\frac{3}{2} = \frac{ق(5) - 4}{4}$

$ق(5) - 4 = 12$

$ق(5) = 16$

٣. إذا كان متوسط تغير الاقتران $ق(س) = س^2 + 5س$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = ب$ يساوي 9 نجد قيمة الثابت $ب$

$م.ت = \frac{ق(ب) - ق(1)}{ب - 1}$

$9 = \frac{(ب^2 + 5ب) - (1^2 + 5(1))}{ب - 1}$

$9 = \frac{ب^2 + 5ب - 6}{ب - 1}$

$9 = \frac{(ب + 6)(ب - 1)}{ب - 1}$

$9 = ب + 6$

$ب = 3$

٤. حل المعادلة $لو_5(س^2 - 3س) = لو_8 64$ علاقة

$س^2 - 3س = 8$

$(س - 4)(س + 2) = 0$

$س = 4$ أو $س = -2$

$س = 4$ فقط

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦٢. إذا كانت الوسط الحسابي لعلامات ٣٠ طالباً يساوي ٧٥ ، والانحراف المعياري ٥ فإن العلامة ؟ = ع ، ٦٥ = س ، ٥ = δ ، ٧٥ = μ

المعيارية المناظرة للعلامة ٦٥ هي ـــــ .

الحل ع = (س − μ) / δ = (٦٥ − ٧٥) / ٥ = −٢

أ. محمد زكريا محمد
0595420662

٦٣. إذا كانت أطوال الطلبة تتبع توزيع طبيعي وسطه μ ، وانحراف معياري ٨ . إذا كانت العلامة المعيارية لطالب طوله ١٨٥ هي ١,٢٥ فما قيمة μ .

الحل ع = (س − μ) / δ

١,٢٥ = (١٨٥ − μ) / ٨

١٠ = ١٨٥ − μ

μ = ١٧٥

∴ μ = ١٧٥

٦٤. حُوّلت المفردات في مجموعة مكونة من ٥ قيم إلى قيم معيارية فكانت −٠,٥ ، −٠,٥ ، ١ ، ١,٥ ، ب فما قيمة ب .

الحل مجموع العلامات المعيارية = ٠

−٠,٥ + −٠,٥ + ١ + ١,٥ + ب = ٠

عائلة ٠,٥ + ب = ٠

ب = −٠,٥

٦٥. إذا كانت الفروقات الطولية لشخصين تساوي ١٥ سم ، والفروقات العلامية المعيارية المناظرة ١,٥ فإن الانحراف المعياري = ؟

الحل ١٥ = ٣δ ، ١,٥ = δ

δ = ٣δ / δ = ١٥ / ١,٥ = ١٠

٦٦. إذا كانت المساحة عندما (ع > ٢,٢٣) = ك ، فما نسبة المساحة عندما (ع > −٢,٢٣)

فوق − أكبر

= ١ − ك .

٦٧. نسبة المساحة عندما (س < μ) = ٠,٥ أو (س > μ) = ٠,٥ .

٦٨. نسبة المساحة عندما (ع > ٠,٥) = P فإن نسبة المساحة عندما (ع > −٠,٥) = ؟

أكبر ← فوق + ، أكبر ← فوق −

= P .

٦٩. نسبة المساحة عندما (ع < ٢) = ٠,٩٧٧٢ . فإن نسبة المساحة عندما (ع > ٢)

أكبر من ٢

= ١ − (ع < ٢)

= ١ − ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨

٧٠. إذا علمت أن المساحة عندما (ع < ١٦) = ٠,٨٤١٣ . فإن المساحة عندما (−١,٦ < ع < ١٦) = ـــــ

الحل المساحة أكبر من (ع = ١) − المساحة أكبر من (ع = ١٦) فوق

= ٠,٨٤١٣ − (١ − ٠,٨٤١٣) = ٠,٦٨٢٦

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢١. أوجد $\int_{-2}^{1} (3x^2 - \frac{4}{x^3}) \, dx$

الحل: $\int_{-2}^{1} (3x^2 - 4x^{-3}) \, dx$

$= \left[x^3 + 2x^{-2} \right]_{-2}^{1}$

$= (1)^3 + 2(1)^{-2} - ((-2)^3 + 2(-2)^{-2})$

$= 1 - \frac{15}{4} = \boxed{\frac{19}{4}}$

٢٢. إذا كان $\int_{3}^{5} 4 \, g(x) \, dx = 6$ ، وكان $\int_{3}^{5} g(x) \, dx = 7$

جد قيمة k حيث $\int_{3}^{5} (g(x) + kx) \, dx = 7$

الحل: $\int_{3}^{5} g(x) \, dx + \int_{3}^{5} kx \, dx = 7$

توزيع

$\int_{3}^{5} g(x) \, dx + \left[\frac{kx^2}{2} \right]_{3}^{5} = 7$

$6 + \frac{25k}{2} - \frac{9k}{2} = 7$

$8k = 1$

$\boxed{k = \frac{1}{8}}$

٢٣. إذا كان $\int_{1}^{5} g(x) \, dx = 7$ ، $\int_{1}^{3} g(x) \, dx = 4$

جد $\int_{3}^{5} g(x) \, dx$

الحل: $\int_{1}^{5} g(x) \, dx = \int_{1}^{3} g(x) \, dx + \int_{3}^{5} g(x) \, dx$

$7 = 4 + \int_{3}^{5} g(x) \, dx$

$\int_{3}^{5} g(x) \, dx = 3$

٢٤. إذا كان $\int_{1}^{5} g(x) \, dx = 7$ ، $\int_{1}^{3} g(x) \, dx = 4$

جد $\int_{1}^{5} (3g(x) - 2x) \, dx$

الحل: $\int_{1}^{5} 3g(x) \, dx - \int_{1}^{5} 2x \, dx$

$= 3 \int_{1}^{5} g(x) \, dx - \left[x^2 \right]_{1}^{5}$

$= 3 \left(\int_{1}^{3} g(x) \, dx + \int_{3}^{5} g(x) \, dx \right) - (25 - 1)$

$= 3(4 + 3) - 24$

$= 21 - 24 = \boxed{-3}$

٢٥. إذا كان $\int_{0}^{3} g(x) \, dx = -1$ ، $\int_{0}^{5} (g(x) + 3x) \, dx = 6$

جد $\int_{1}^{5} g(x) \, dx$

الحل: $\int_{0}^{5} g(x) \, dx + \int_{0}^{5} 3x \, dx = 6$

$\int_{0}^{5} g(x) \, dx + \left[\frac{3x^2}{2} \right]_{0}^{5} = 6$

$\int_{0}^{5} g(x) \, dx + \frac{75}{2} = 6$

$\int_{0}^{5} g(x) \, dx = 6 - \frac{75}{2}$

$= \frac{12 - 75}{2} = \boxed{-\frac{63}{2}}$

الطلوب: $\int_{1}^{5} g(x) \, dx$

إضافة: $\int_{1}^{5} g(x) \, dx + \int_{0}^{1} g(x) \, dx$

$= -\frac{63}{2} + (-1)$

$= \boxed{-\frac{65}{2}}$

تابع س ٤

١٥. $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 + س^2 - 3س$

الحل: $ق'(س) = س^2 + 2س - 3 = 0$

$(س+3)(س-1) = 0$

$س = -3$ ، $س = 1$

الحل: $ق$ متزايد في $]-\infty, -3[\cup]1, \infty[$ ومتناقص في $]-3, 1[$

١٦. إذا كان $ق(س) = 2س^3 - 8س - ب$، وكان $ق'(2) = 16$

ويمر المنحنى بالنقطة $(-1, 3)$ فما قيمة الثابتين $أ$، $ب$.

الحل: $ق'(س) = 6أس^2 - 8$

$ق'(2) = 24أ - 8 = 16$

$24أ = 24$

$أ = 1$

ويمر بالنقطة $(-1, 3)$ ، يعني $ق(-1) = 3$

$ق(-1) = أ(-1)^3 - 8(-1) - ب = 3$

$-أ + 8 - ب = 3$

$-1 + 8 - ب = 3$

$7 - ب = 3$

$-ب = -4$

$ب = 4$

١٧. إذا كان للاقتران $ق(س) = أس^2 + بس + 3$ قيمة عظمى محلية عند $س = 2$ تساوي 11

جد قيمة $أ$، $ب$.

الحل: عظمى ← تغير الاشارة عند $س = 2$

$ق'(2) = 0$

$ق'(س) = 2أس + ب$

$ق'(2) = 4أ + ب = 0$ ... (*)

$ق(2) = 11$ عوض مباشر

$ق(2) = 4أ + 2ب + 3 = 11$

$4أ + 2ب = 8$

$-4أ - ب = 0$ (غير حالة واقع)

$ب = 8$

عوض في (*)

$4أ + 8 = 0$

$4أ = -8$

$أ = -2$

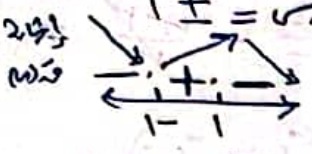
١٨. $ق(س) = 6س - 2س^3$

الحل: $ق'(س) = 6 - 6س^2 = 0$

$6س^2 = 6$

$س^2 = 1$

$س = \pm 1$



الحل: $ق$ متزايد في $]-1, 1[$ ومتناقص في $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$

١٩. جد قاعدة الاقتران لمنحنى الاقتران $ق(س)$ الذي يمر بالنقطة $(1, 7)$ وكان $ق'(س) = 3س^2 + 2س$

الحل: تكامل الطرفين

$\int ق'(س) س = \int (3س^2 + 2س) س$

$ق(س) = \frac{3س^3}{3} + \frac{2س^2}{2} + ج$

$ق(س) = س^3 + س^2 + ج$

لايجاد ج $(1, 7) \Rightarrow ق(1) = 7$

$ق(1) = (1)^3 + (1)^2 + ج = 7$

$2 + ج = 7$

$ج = 7 - 2 = 5$

قاعدة الاقتران $ق(س) = س^3 + س^2 + 5$

٢٠. أوجد $\int \left(\frac{5}{2س^2} + 4س^3\right) س س$

الحل: $= \int \left(\frac{5}{2} س^{-2} + س^3\right) س س$

$= \frac{5}{2} \cdot \frac{س^{-1}}{-1} + \frac{س^4}{4} + ج$

$= -\frac{5}{2س} + \frac{س^4}{4} + ج$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١١. إذا كانت: $ق(س) = \frac{س^2 + ٤س}{هـ(س)}$ ، $س \neq ١$

جد $ق'(٢)$ علماً بأن $هـ(٢) = هـ'(٢) = ٦$ (جاهزة)

الحل قانون قسمة $\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^2}$ ← تصبح $هـ(٢) = ٣$

$$ق'(س) = \frac{هـ(س) \times (٢س + ٤) - (س^2 + ٤س) \times هـ'(س)}{(هـ(س))^2}$$

عوض بـ ٢

$$ق'(٢) = \frac{هـ(٢) \times (٢(٢) + ٤) - (٢^2 + ٤(٢)) \times هـ'(٢)}{(هـ(٢))^2}$$

$$= \frac{٣ \times ٨ - ٦ \times ١٢}{(٣)^2}$$

$$= \frac{٢٤ - ٧٢}{٩} = \frac{-٤٨}{٩}$$

١٢. إذا كانت $ق(س) = \frac{ب س^2 - ٣}{١ - س}$ ، وكان $ق'(٣) = ٦$ حيث ب ثابت. جد قيمة الثابت ب.

الحل $ق'(س) = \frac{(١ - س)(٢ب س) - (ب س^2 - ٣)(-١)}{(١ - س)^2}$

عوض بـ ٣ $= ٦$

$$ق'(٣) = \frac{(-٢)(٦ب) - (٩ب - ٣)(-١)}{(-٢)^2} = ٦$$

$$\frac{-٣٦ب + ٩ب - ٣}{٤} = ٦$$

$$-٢٧ب = ٢٤$$

$$ب = -٩$$

١٣. إذا كانت $ق(س) = س^2 \times هـ(س)$ جد $ق'(٣)$ علماً بأن $هـ(٣) = ٣$ ، $هـ'(٣) = -٢$

الحل بالقسمة على $هـ(س)$ ← لا يوجد $ق(٣)$ لأنه لا يمكن قسمة الصفر

$$\text{يصبح } ق(س) = \frac{س^2}{هـ(س)}$$

$$\text{نشتق } ق'(س) = \frac{هـ(س) \times ٢س - س^2 \times هـ'(س)}{(هـ(س))^2}$$

عوض بـ ٣

$$ق'(٣) = \frac{هـ(٣) \times ٢(٣) - (٣)^2 \times هـ'(٣)}{(هـ(٣))^2}$$

$$= \frac{٣ \times ٦ - ٩ \times -٢}{(٣)^2}$$

$$= \frac{١٨ - -١٨}{٩} = \frac{٣٦}{٩} = ٤$$

١٤. إذا كانت $ق(س) = ٤س^3 - ١٢س^2 + ٥$. جد

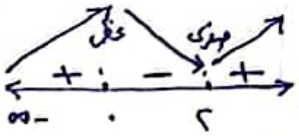
١. فترات التزايد والتناقص. ٢. القيم القصوى وحدد نوعها.

الحل $ق'(س) = ١٢س^2 - ٢٤س = ٠$ ← نشتق

نساوي بصفر ← $س^2 - ٢س = ٠$ ← نحل

عامل مشترك $س(س - ٢) = ٠$

$س = ٠$ أو $س = ٢$



عظمى عند $س = ٠$ قيمتها $ق(٠) = ٤(٠)^3 - ١٢(٠)^2 + ٥ = ٥$

صغرى عند $س = ٢$ قيمتها $ق(٢) = ٤(٢)^3 - ١٢(٢)^2 + ٥ = -١١$

فترات التزايد $]-\infty، ٠] \cup [٢، \infty[$

فترات التناقص $[٠، ٢]$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٥. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -٧ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٨ & ١ \\ -٤ & ٧ \end{bmatrix}$

جد المصفوفة $س$ حيث $٢س = ٣ب - أ$

ضرب ٣

الحل

$$٢س = \begin{bmatrix} ١٢ & ٠ \\ ٢٤ & ٣ \\ -٦ & ٢١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -٧ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$$

$$٢س = \begin{bmatrix} -١٠ & -٤ \\ -٢٠ & -٢ \\ -٤ & -٢٢ \end{bmatrix}$$

ب)

$$س = \begin{bmatrix} -٥ & -\frac{٧}{٢} \\ -١٠ & -١ \\ ٢ & -١١ \end{bmatrix}$$

٣٦. إذا كانت $س = \begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

وكانت $ع س^{-١} = ص$ جد $ع^{-١}$

الحل

$ع \cdot س^{-١} = ص^{-١}$

نضرب في $س$ من اليسار لتلاشي $س^{-١}$

$$ع = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}^{-١} \cdot \begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٦ & -١ \\ -١٢ & ٠ \end{bmatrix}$$

لإيجاد $ع^{-١}$

$|ع| = ٠ - ٢٤ = -١٢$

$$ع^{-١} = \frac{١}{-١٢} \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٠ & -\frac{١}{١٢} \\ -١ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$$

٣٧. حل المعادلة $٣ \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} + س^{٢} = \begin{vmatrix} س & ٤ \\ ٦ & س \end{vmatrix}$

الحل نقل الحدود

$٣(٣ - ٢) + س^{٢} = ٤س$

$٣ + س^{٢} = ٤س$

$س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

$(س - ٣)(س - ١) = ٠$

$س = ٣$ أو ١

تمييز

٣٨. حل المعادلة المصفوفية

$$س + س \times \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$$

الحل نأخذ $س$ عامل مشترك كمصفوفة محايدة $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \right) س$$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} س$$

$|أ| = ٦ - ٥ = ١$

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٦ \end{bmatrix}$$

نضرب من اليسار

$$س = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٦ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ -١٠ & -١١ \end{bmatrix}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٠. جد قيم س التي تحقق المعادلة

$$\begin{vmatrix} 1-س & 1 \\ -3 & س \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ س & -2س \end{vmatrix}$$

الحل نفك المحددات أولاً

$$(1-س)س - (-3) = س - 0 + 2(-2س - س)$$

$$س - س^2 + 3 = س - 6س$$

$$-س^2 + 6س + 3 = 0$$

$$س^2 - 6س - 3 = 0$$

$$(س-3)^2 - 3 - 3 = 0$$

$$(س-3)^2 = 6$$

$$س - 3 = \pm\sqrt{6}$$

$$س = 3 \pm \sqrt{6}$$

٣١. حل المعادلة المصفوفية

$$2س \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

نضرب في P^{-1} من اليسار

$$|P| = -2 - 3 = -5$$

$$P^{-1} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2س = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2س = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

٣٢. حل المعادلة المصفوفية

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} \left(س + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \right) = 2س + 3$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -10 & 12 \end{bmatrix} + 2س = 3س + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -10 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -10 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\div 2$$

$$س = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$$

٣٣. إذا كانت $P = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

جد $|P - 2ب|$

$$P + 2ب = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P - 2ب = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -11 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|P - 2ب| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -11 & 4 \end{vmatrix} = 8 + 11 = 19$$

$$P \times ب = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -11 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(P^2)^{-1} = P^{-2}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 11 & 6 \\ -30 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|P^2| = -11 + 180 = 169$$

$$P^{-2} = \frac{1}{169}\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 30 & 11 \end{bmatrix}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٨. إذا كانت $P = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، $(PB)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

أوجد $B^{-١}$

تذكر $(PB)^{-١} = B^{-١}P^{-١}$

$B^{-١}P^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

للتخلص من $P^{-١}$ نضرب في P من اليمين

$B^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -١ & ٥ \\ ٥ & ٩ \end{bmatrix}$

٢٩. حل نظام المعادلات باستخدام النظير الضربي

$س - ص - ٦ = ٠$ ، $س + ٣ص + ٢ع = ١٢$

$ع = ٦ - ص$ ، $س + ٣ص - ٢ع = ١٢$

ترتيب المعادلات

$\begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ \\ ١٢ \end{bmatrix}$

$|P| = ٢ + ٣ = ٥$

$P^{-١} = \frac{١}{٥} \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$

نضرب من اليمين دائماً في معادلة النظير الضربي

$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ \\ ١٢ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -٦ + ١٢ \\ ٦ + ٢٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ \\ ٣٠ \end{bmatrix}$

≠

٣٠. إذا كانت $\int_{١}^{٣} ٢ق(س)\,د س = ٦$ ، $\int_{١}^{٣} ق(س)\,د س = -١٠$

أوجد قيمة ب حيث $\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + ٢ب)\,د س = ١٢$

تقسيم على ٢ لتسهيل الحل

توزيع

$\int_{١}^{٣} ق(س)\,د س + \int_{١}^{٣} ٢ب\,د س = ١٢$

إضافة

$\left(\int_{١}^{٣} ق(س)\,د س + \int_{٣}^{٥} ق(س)\,د س\right) + ٢ب س \Big|_{١}^{٣} = ١٢$

$(٥ + ٢) + (٦ب - ٢ب) = ١٢$

$٤ب + ٧ = ١٢$

$٤ب = ١٢ - ٧$

$ب = \frac{٥}{٤}$

٣١. استخدم قاعدة كرامر لحل النظام $س = ٥ - ٢ص$ ، $٤س - ٣ص = ٩$

ترتيب المعادلات

$س + ٢ص = ٥$ ، $٤س - ٣ص = ٩$

$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٩ \end{bmatrix}$

$|P| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & -٣ \end{vmatrix} = -٣ - ٨ = -١١$

$|P_{س}| = \begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٩ & -٣ \end{vmatrix} = -١٥ - ١٨ = -٣٣$

$|P_{ص}| = \begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ٤ & ٩ \end{vmatrix} = ٩ - ٢٠ = -١١$

$س = \frac{|P_{س}|}{|P|} = \frac{-٣٣}{-١١} = ٣$

$ص = \frac{|P_{ص}|}{|P|} = \frac{-١١}{-١١} = ١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤٩. متسلسلة حسابية حدها الأول ٧ وحدها الأخير -١٢ ومجموع حدودها -٥٠.

جد أساس هذه المتسلسلة.

الحل: نبدأ أولاً بـ (ن)

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(ا + ل)$

$-٥٠ = \frac{ن}{٢}(٧ + -١٢)$

$-١٠٠ = ن \times -٥$

$ن = ٢٠$

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(٢ا + (ن-١)ء)$

$-٥٠ = \frac{٢٠}{٢}(٢ \times ٧ + (٢٠-١)ء)$

$-٥٠ = ١٠(١٤ + ١٩ء)$

$-٥ = ١٤ + ١٩ء$

$-١٩ = ١٩ء$

$ء = -١$

٥٠. حل المعادلة الآتية

$(\frac{١}{٥})^{٣+س} \times (\frac{١}{٥})^{س-٢} = (\frac{١}{٢٥})^{٤+س}$

$(\frac{١}{٥})^{٣+س} \times (\frac{-١}{٥})^{س-٢} = (\frac{-١}{٥})^{٤+س}$

$٥^{-٣-س} \times ٥^{-س+٢} = ٥^{-س-٤}$

$-٣-س-س+٢ = -س-٤$

$-٢س = -٦$

$س = ٣$

٥١. تعاقد موظف مع إحدى الشركات لتظير راتبا سنويا (١٢٠٠٠) دينار، وبزيادة سنوية قدرها ٥٠ دينارا

① ما الراتب السنوي الذي تقاضاه في السنة السابعة

الحل: $ا = ١٢٠٠٠$ ، $ء = ٥٠$ ، $ن = ٧$

$ا_٧ = ا + ٦ء = ١٢٠٠٠ + ٦ \times ٥٠ = ١٢٣٠٠$ دينار

② ما مجموع ما تقاضاه خلدل بعد ١٠ سنوات

الحل: $ج_{١٠} = \frac{١٠}{٢}[٢ \times ١٢٠٠٠ + (١٠-١) \times ٥٠]$

$= ٥ \times ١٢٤٥٠ = ١٢٢٢٥٠$ دينار

٥٢. ما مجموع حدود متسلسلة حسابية عدد حدودها ثمانية، ومجموع حديها الثالث والسادس ٢٧.

الحل: $ن = ٨$ ، $٣ا + ٦ء = ٢٧$

$٣ا + ٦ء + ٥ا + ٥ء = ٢٧$

$٨ا + ٨ء = ٢٧$ ⊛

$ج_٨ = \frac{٨}{٢}[٢ا + (٨-١)ء]$

$= ٤[٢ا + ٧ء]$

$= ٤[٢ا + ٨ء + -ء]$

$= ٤ \times ٢٧ = ١٠٨$

٥٣. جد مجموع المتسلسلة $٥ + ١٠ + \cdots + ١١٥$

الحل: $ا = ٥$ ، $ء = ١٠-٥ = ٥$ ، $ا_ن = ١١٥$

لإيجاد ن

$ا_ن = ا + (ن-١)ء$

$١١٥ = ٥ + (ن-١) \times ٥$

$١١٥ = ٥ + ٥ن - ٥$

$\frac{١١٥}{٥} = \frac{٥ن}{٥}$

$ن = ٢٣$

$ج_ن = \frac{ن}{٢}(ا + ل)$

$= \frac{٢٣}{٢}(٥ + ١١٥)$

$= \frac{٢٣}{٢} \times ١٢٠ = ١٣٨٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤٣. حل المعادلة $\left(\frac{1}{81}\right)^{س-2} = (27)^{3-2س}$

الحل $\left(3^{-4}\right)^{س-2} = \left(3^{3}\right)^{3-2س}$

$-4س+8 = 9-6س$

$6س+4س = 8+9$

$10س = 17$

$س = \frac{17}{10}$

م.ح $= \left\{\frac{17}{10}\right\}$.

٤٤. $\log_3 س + \log_3(س-8) = 2$ ، حيث $س > 8$.

الحل $\log_3 س(س-8) = 2$

$س^2 - 8س = 3^2$

$س^2 - 8س = 9$

$س^2 - 8س - 9 = 0$

$(س-9)(س+1) = 0$

$س = 9$ أو $س = -1$ مرفوض

م.ح $= \{9\}$

٤٥. $\frac{8^4 \times (49)^{2+س}}{(343)^{س-1}} = 1$ نضرب مقص للتخلص من المقام

الحل $8^4 \times (7^2)^{2+س} = (7^3)^{س-1}$

$8^4 \times 8^{4+2س} = 7^{3س-3}$

$8^{8+2س} = 7^{3س-3}$

بأخذ الأسس

$8+2س = 3س-3$

$س = 11$

م.ح $= \{11\}$.

٤٦. حل المعادلة $(27)^{س-2} = \left(\frac{1}{81}\right)^{-س}$

الحل $\left(3^3\right)^{س-2} = \left(3^{-4}\right)^{-س}$

$3س-6 = 4س$

$-س = 6$

$س = -6$

٤٧. إذا كان مجموع الحدود الأربعة الأولى من المتسلسلة $\sum_{ن=1}^{\infty} \frac{2ن+ن}{ن} = 154$ فجد قيمة $ع_1$.

$ع_{ن} = ع_1 + ع_2 + ع_3 + ع_4 = 154$

الحل $\frac{2+1}{1} + \frac{4+2}{2} + \frac{6+3}{3} + \frac{8+4}{4} = 154$

$\frac{3}{1} + \frac{6}{2} + \frac{9}{3} + \frac{12}{4} = 154$

$ع_1 + ع_2 + ع_3 + ع_4 = 154$

$ع_1 + ع_1 + 2ع_1 + 3ع_1 = 154$

$6ع_1 = 154$

$\div 6$

$ع_1 = 25\frac{7}{6}$

٤٨. متسلسلة حسابية مجموع حديها الثاني والسابع يساوي ١٢ ، ومجموع حديها الثاني والسادس يساوي ٨ . جد مجموع أول خمسة حدود منها.

$ع_2 + ع_7 = 12$

$ع_2 + ع_6 = 8$

$ع_7 - ع_6 = 4$

$د = 4$

$ع_2 + ع_7 = 12$

$ع_1 + د + ع_1 + 6د = 12$

$2ع_1 + 7د = 12$

$2ع_1 + 28 = 12$

$2ع_1 = -16$

$ع_1 = -8$

$م_5 = \frac{5}{2}[2(-8) + (5-1)4]$

$= \frac{5}{2}[-16 + 16]$

$= 0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٩. إذا كانت $أ ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $أ جـ = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$

$|أ| \neq ٠$. أثبت أن $ب - جـ = أ^{-١}$

الحل المطلوب ؟؟ !!

نطرح $أ ب - أ جـ = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

$أ (ب - جـ) = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

نضرب في $أ^{-١}$ من اليمين للحصول على $ب - جـ$

$ب - جـ = أ^{-١} \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

$ب - جـ = أ^{-١}$

∎

٤٠. جد قيمة الثابت ب حيث

$\int_{١}^{ب} (٥س - ٣) \, د س = \int_{١}^{ب} (٤س^{٣} + ٣) \, د س$

نكامل الطرفين $\frac{٥س^{٢}}{٢} - ٣س \Big|_{١}^{ب} = س^{٤} + ٣س \Big|_{١}^{ب}$

$(ب^{٢} - ٣ب) - (١^{٢} - ٣(١)) = (ب^{٤} + ٣ب) - (٠ + ٠)$

$ب^{٢} - ٣ب - ٢ = ب^{٤} + ٣ب$

$ب^{٤} - ٣ب + ٢ - ٦ = ٠$

$ب^{٢} - ٣ب - ٤ = ٠$

$(ب - ٤)(ب + ١) = ٠$

$ب = ٤$ أو -١

٤١. حل المعادلة $\log_{٧} س + \log_{٧}(س + ٦) = \log_{٧}(٥س + ١٢)$

$\log_{٧} س(س + ٦) = \log_{٧}(٥س + ١٢)$

$س^{٢} + ٦س = ٥س + ١٢$

$س^{٢} + ٦س - ٥س - ١٢ = ٠$

$س^{٢} + س - ١٢ = ٠$ عدد الحلول ٢ طول ١

$(س + ٤)(س - ٣) = ٠$

$س = -٤$ أو ٣

٤٢. $\log_{٢}(س + ٣) = ١ + \log_{٢}(٢س - ٥)$

$\log_{٢}(س + ٣) - \log_{٢}(٢س - ٥) = ١$

$\log_{٢} \frac{س + ٣}{٢س - ٥} = ١$

$\frac{س + ٣}{٢س - ٥} = ٢^{١}$

$س + ٣ = ٢(٢س - ٥)$

$س + ٣ = ٤س - ١٠$

$-٣س = -١٣$

$س = \frac{١٣}{٣}$

$م = \{\frac{١٣}{٣}\}$

٤٣. $\frac{١}{٢} س^{٢} + س \log_{٣} ٢٧ + ٢ \log_{٥} ١٢٥ = ٠$

$\frac{١}{٢} س^{٢} + ٣س + ٦ = ٠$

$س^{٢} + ٦س + ١٢ = ٠$

$(س + ٣)(س + ٢) = ٠$

$س = -٣$ أو -٢

$م = \{-٣، -٢\}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner