القسم الاول يتكون من ثلاثة اسئلة وعلى المشترك ان يجيب عليها

السؤال الأول / يتكون من 15 فقرة اختيار من متعدد

١. إذا كان ق(س) = (س − ا)^{٢} + ٢س يحقق رول في الفترة [١، ٥] فإن قيمة ا ؟

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٣ د) ١

٢. ق(س) = (٨ + س^{٣})(٢ − س)(٦٤ + س^{٦})(٤ + س^{٢} + ٢س) فإن ق$'$(−١) ؟

أ) −١٢ ب) ١٢ ج) ١١ د) −١١

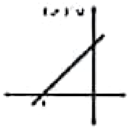
٣. يتحرك جسم علي خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٨ن − ٥ن^{٢} بحيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني فما قيمة ن التي يكون عندها التسارع الجسم تساوي خمسة أمثال سرعته ؟

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{٥}{٢}$

٤. إذا كان ق(س) كثير حدود وكانت نها$_{س \leftarrow ١}$ $\frac{ق(س) − ١}{س − ١}$ = ٦ فما قيمة نها$_{س \leftarrow ١}$ $\frac{ق(س) − س}{لـو س}$ ؟

أ) صفر ب) ٥ ج) ٦ د) ٧

٥. الشكل المجاور يمثل منحنى ق$''$(س) للاقتران ق(س) إذا علمت أن ق$'$(−٥) = ق$'$(١) = ٠ فما الفترة التي يكون فيها ق(س) متناقص؟



أ) [−٥، ١] ب)]−∞، −٥] ج) [١، ∞[د)]−٤، −٥[∪]١، ∞[

٦. إذا كان المستقيم ص = ٣س − ٧ يمس منحنى الاقتران ق(س) = س^{٣} + بس^{٢} عند س = ١ فأوجد ب ؟

أ) ١،٥ ب) −١،٥ ج) −٥،١ د) ٥

٧. ق(س) = س^{٢} − ٣٢ لـوهـ س فما عدد النقط الحرجة لـ ق(س) علي مجاله ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٨. إذا كان ق(س) كثير حدود وكان ق$'$(س$_{١}$) − ق$'$(س$_{٢}$) > صفر ∀ س$_{١}$ < س$_{٢}$ حيث س$_{١}$، س$_{٢}$ ∈ ح فإن؟

أ) ق(س) متزايد علي ح
ب) ق(س) متناقص علي ح
ج) ق(س) مقعر للأسفل علي ح
د) ق(س) مقعر للأعلى علي ح

٩. إذا كانت ص = هـ^{اس} فما قيم الثابت ا التي تحقق المعادلة ص$''$ − ٥ص$'$ + ٦ص = ٠ ؟

أ) ٢، ٣ ب) −٢، −٣ ج) ٢، ٣، ٠ د) ٠، −٢، −٣

١٠. س = جا م ، ص = جتا م فإن $\frac{ءص}{ءس}$ ؟

أ) $\frac{س}{ص}$ ب) −$\frac{س}{ص}$ ج) $\frac{ص}{س}$ د) س ص

١١. إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً ومتناقصاً علي الفترة [١، ٤] فإن إحدى العبارات الأتية صحيحة دائماً؟

أ) ق(٢) > ق(٣) ب) ق(٢) < ق(٣) ج) ق(٢) = ق(٣) د) ق$'$(٢) = ق$'$(٣)

١٢. الاقتران ق(س) متصل علي ح، ق(٣) = ٧، ق$'$(٣) = ٠، ق$''$(٣) = −٤ فإن إحدى العبارات الأتية صحيحة ؟

أ) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى محلية
ب) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى محلية
ج) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى مطلقة
د) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى مطلقة

١٣. ق(س) = س^{٢}، هـ(س) = $\frac{ب}{٢س − ١}$، س ≠ $\frac{١}{٢}$، ب > صفر وكان (ق ∘ هـ)$'$(١) = −٨٤ فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

١٤. إذا كان ق^{٢}(√س + ١) = ٥س^{٢} − ١ فما قيمة ق$'$(٢) علماً بأن ق(س) > ٠ ؟

أ) ٥ ب) ١٠√٢ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

١٥. إذا كان ق(س) كثير حدود له نقطة حرجة عند س = ب، س ≠ ٠ وكانت ق$''$(س) = ٣ب^{٢} − س^{٢} فماذا تمثل النقطة (ب، ق(ب)) ؟

أ) نقطة انعطاف
ب) نقطة صغرى محلية
ج) عظمى محلية
د) انعطاف أفقي

١) إذا كان ق(س) = { س^٢ + أس ، ١ ≤ س < ٢ ؛ س^٣ − ٦س + ب ، ٢ ≤ س ≤ ٣ } يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على [١،٣] جد :

أ- الثابتين أ، ب

ب- جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

أ. ق(س) متصل عند س = ٢

٤ + ٢أ = ٨ − ١٢ + ب

٤ + ٢أ = −٤ + ب

٢أ − ب = −٨ ← ١

قَ(س) = { ٢س + أ ، ١ < س < ٢ ؛ ٣س^٢ − ٦ ، ٢ < س < ٣ }

قَ(٢^−) = قَ(٢^+)

٤ + أ = ١٢ − ٦ ⟸ ٤ + أ = ٦

أ = ٢

بالتعويض في معادلة ١

٢أ − ب = −٨

٢×٢ − ب = −٨ ⟸ ٤ − ب = −٨

ب = ١٢

ب- قَ(جـ) = (ق(٣) − ق(١)) / ٢ = ((٢٧ − ١٨ + ١٢) − (١ + ٢)) / ٢

قَ(جـ) = (١ − ٣) / ٢ = ١٨ / ٢ = ٩

٢س + ٢ = ٩ ؛ ٣س^٢ − ٦ = ٩

٢س / ٢ = ٧ / ٢ ؛ ٣س^٢ / ٣ = ١٥ / ٣ س = ∓ √٥ السالب مرفوض

∉]١،٢[؛ س = √٥

∴ جـ = √٥

٢) إذا كان د(س) = (س + ٢)(س − ١)^٢ معرفاً علي [−٢، ٥] جد :

أ− مجالات التزايد والتناقص لـ د(س) .

ب− القيم القصوى المحلية والمطلقة لـ د(س) وبين نوعها .

د(س) متصل علي [−٢، ٥]

د َ(س) = [(س + ٢) × ٢(س − ١) × ١] + [(س − ١)^٢ × ١]

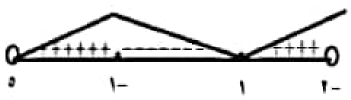
د َ(س) = (س + ٢)(٢س − ٢) + (س − ١)^٢

د َ(س) = ٢س^٢ − ٢س + ٤س − ٤ + س^٢ − ٢س + ١

د َ(س) = ٣س^٢ − ٣ = ٠

٣س^٢ = ٣

س^٢ = ١ ⇐ س = ١ ، س = −١



∴ [−٢، −١] ∪ [١، ٥] د(س) متزايد

[−١، ١] د(س) متناقص

القيم الصغرى المحلية		القيم العظمى المحلية
د(١) = صفر	مطلقة	د(−١) = ١ × ٤ = ٤
د(−٢) = صفر	مطلقة	د(٥) = ٧ × ١٦ = ١١٢ وهي مطلقة

السؤال الثالث :-

١) قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح برج بحيث ارتفاعه من البرج ف بالأمتار يعطى بالعلاقة ف = ٢٠ن − ٥ن^٢ فإذا كان أقصي ارتفاع وصل إليه الجسم عن سطح الأرض يساوي ٨٠م

اوجد :

أ− ارتفاع البرج .

ب− سرعة الجسم عندما يكون علي ارتفاع ٣٥م من سطح الأرض.

ج− المسافة المقطوعة خلال الثواني الخمس الأولى .

ف = ٢٠ن − ٥ن^٢

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض = ٨٠م

ع = ٢٠ − ١٠ن ، عند أقصى ارتفاع ع = ٠ ⇐ ٢٠ = ١٠ن ⇐ ن = ٢

ف(٢) = (٢٠ × ٢) − (٥ × ٤) ⇐ = ٤٠ − ٢٠ = ٢٠م

أ- ∴ طول البرج = ٨٠ − ٢٠ = ٦٠م

ب- عندما يكون الجسم علي ارتفاع ٣٥م من سطح الارض يكون هابط

٦٠ − ٣٥ = ٢٥ ∴ ف(ن) = −٢٥

٢٠ن − ٥ن^٢ = −٢٥ بالقسمة علي ٥

٤ن − ن^٢ = −٥ ⇐ ن^٢ − ٤ن − ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن + ١) = ٠

ن = ٥ ، ن = −١ مرفوض

ع(٥) = ٢٠ − (١٠ × ٥) = −٣٠ م/ث

ج- ف (المقطوعة) = ٢ × اقصى ارتفاع − ف(٥)

ف(ن) = (٢ × ٢٠) − (١٠٠ − ١٢٥)

= ٤٠ + ٢٥ = ٦٥م

٢) إذا كان ق(س) $=$ جا^{٢}س $-\frac{١}{٢}$جتا٢س ، س $\in$]٠، π[أوجد :

أ- فترات التقعر للأعلى وللأسفل لـ ق(س) .

ب- نقاط الانعطاف وزوايا الانعطاف للاقتران ق(س).

ق(س) $=$ جا^{٢}س $-\frac{١}{٢}$جتا٢س

ق$'$(س) $=$ ٢جاس جتاس $+\frac{١}{٢}\times$ ٢جا٢س

ق$'$(س) $=$ جا٢س $+$ جا٢س

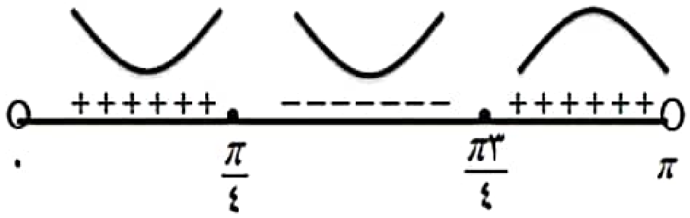
ق$'$(س) $=$ ٢جا٢س

٤جتا٢س $=$ ٠

س $=\frac{\pi}{٤}$

أ- $\left]٠،\frac{\pi}{٤}\right[\cup\left]\frac{٣\pi}{٤}،\pi\right[$ ق(س) مقعر للأعلى

$\left]\frac{\pi}{٤}،\frac{٣\pi}{٤}\right[$ ق(س) مقعر للأسفل



ب- نقاط الانعطاف

ق$\left(\frac{\pi}{٤}\right)=$ جا$^{٢}\frac{\pi}{٤}-\frac{١}{٢}$جتا$^{٢}\frac{\pi}{٤}=\frac{١}{٢}\Leftarrow\left(\frac{\pi}{٤}،\frac{١}{٢}\right)$

ق$\left(\frac{٣\pi}{٤}\right)=$ جا$^{٢}\frac{٣\pi}{٤}-\frac{١}{٢}$جتا$^{٢}\frac{٣\pi}{٤}=\frac{١}{٢}\Leftarrow\left(\frac{٣\pi}{٤}،\frac{١}{٢}\right)$

زوايا الانعطاف

ظاهـ $=$ ق$'\left(\frac{\pi}{٤}\right)=$ ٢جا$^{٢}\frac{\pi}{٤}=٢\Leftarrow$ هـ $=$ ٦٣

ظاهـ $=$ ق$'\left(\frac{٣\pi}{٤}\right)=$ ٢جا$^{٢}\frac{٣\pi}{٤}=-٢\Leftarrow$ هـ $=$ ١١٧

السؤال الرابع :-

١) $ن(س) = ٢س + ٣$ ، $ن(س) + ك(س) = (ن \circ ك)(س)$ أوجد $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{هـ^{س^٢ - ٤} \times ك(س) - ك(٢)}{س - ٢}$.

$$ن(س) = ٢س + ٣ \Leftarrow ن(٢) = ٤ + ٣ = ٧$$

$$ن'(س) = ٢ \Leftarrow ن'(٢) = ٢$$

$$ن(٢) + ك(٢) = ن(ك(٢))$$

$$٧ + ك(٢) = ٢ك(٢) + ٣ \Leftarrow ك(٢) = ٤$$

$$ن'(س) + ك'(س) = ن'(ك(س)) \times ك'(س)$$

$$ن'(٢) + ك'(٢) = ن'(ك(٢)) \times ك'(٢)$$

$$٢ = ٢ك'(٢) - ك'(٢)$$

$$٢ = ك'(٢)$$

$$\lim_{س \to ٢} \frac{هـ^{س^٢ - ٤} \times ك'(س) - ك(س) \times ٢س\, هـ^{س^٢ - ٤}}{١}$$

$$= \frac{هـ \times ك'(٢) - ك(٢) \times ٢ \times ٢ \times هـ}{١}$$

$$= \frac{١ \times ٢ - ٤ \times ٢ \times ٢ \times ١}{١} = ٢ + ١٦ = ١٨$$

٢) جد معادلة العمودي علي المماس لمنحنى العلاقة (س + ٢ص)^{٣} − ٤س + ٦ص = ٤٣ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم ٦ص = ٩ − ٣س.

٦ص + ٣س = ٩ بالقسمة علي ٣

٢ص + س = ٣ نعوض في معادلة المنحنى

٢٧ − ٤س + ٩ − ٣س = ٤٣

−٧س + ٣٦ = ٤٣

−٧س = ٧ ⇐ س = −١

بالتعويض في معادلة المستقيم

٦ص = ٩ − ٣ × −١ ⇐ ص = ٢ نقطة التقاطع (−١، ٢)

نشتق معادلة العلاقة لإيجاد الميل

٣(س + ٢ص)^{٢} × (١ + ٢ص′) − ٤ + ٦ص′ = ٠

٣ × ٩(١ + ٢ص′) − ٤ + ٦ص′ = ٠ ⇐ ص′ = $\frac{-٢٣}{٦٠}$

<u>معادلة العمودي</u> (ص − ٢) = $\frac{٦٠}{٢٣}$ (س + ١)

السؤال الخامس :

١) إذا كانت ص = أجتا(لـو$_{هـ}$ س) + ب جا(لـو$_{هـ}$ س)

أثبت أن س^{٢} $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ + س $\frac{دص}{دس}$ + ص = ٠.

ص′ = −أجا(لـو$_{هـ}$ س) × $\frac{١}{س}$ + ب جتا(لـو$_{هـ}$ س) × $\frac{١}{س}$

س ص′ = −أجا(لـو$_{هـ}$ س) + ب جتا(لـو$_{هـ}$ س)

س ص″ + ص′ = −أجتا(لـو$_{هـ}$ س) × $\frac{١}{س}$ − ب جا(لـو$_{هـ}$ س) × $\frac{١}{س}$

س ص″ + س ص′ = −أجتا(لـو$_{هـ}$ س) − ب جا(لـو$_{هـ}$ س)

س^{٢} ص″ + س ص′ = − ص

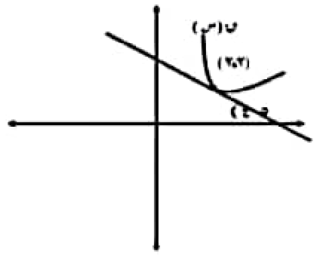
س^{٢} ص″ + س ص′ + ص = ٠

٢) إذا كان ن(س^٣ − ٣) = $\frac{\text{هـ}^{٢}\text{(س)}}{\text{ل(س)}}$ ، ل(س) ≠ ٠ وكانت معادلة العمودي على المماس

لمنحنى هـ(س) عند س = ٢ هي ٣س − ٦ص = ١٢

وكان منحنى ل(س) كما في الشكل المجاور

جد ن′(٥) .



ل(س)	هـ(س)
ل(٢) = ٢	٣×٢ − ٦ص = ١٢
ل′(٢) = −١	−٦ص = ٦
	هـ(٢) = −١
	هـ′(٢) = −٢

نشتق

$$\text{ن}'(\text{س}^{٣}-٣)\times ٣\text{س}^{٢} = \frac{\text{ل(س)}\times ٢\text{هـ(س)}\times \text{هـ}'\text{(س)} - \text{هـ}^{٢}\text{(س)}\times \text{ل}'\text{(س)}}{\text{ل}^{٢}\text{(س)}}$$

عندما س = ٢

$$\text{ن}'(٢)\times ١٢ = \frac{\text{ل}(٢)\times ٢\text{هـ}(٢)\times \text{هـ}'(٢) - \text{هـ}^{٢}(٢)\times \text{ل}'(٢)}{\text{ل}^{٢}(٢)}$$

$$\text{ن}'(٢)\times ١٢ = \frac{٢\times ٢\times -١\times -٢ - ١\times -١}{٤}$$

$$\text{ن}'(٢) = \frac{٣}{١٦}$$

السؤال السادس :

١) إذا علمت أن ن(س) = س + هـ^3(س) وكان متوسط تغير هـ(س) في [١،٣] يساوي ٦

احسب متوسط تغير ن(س) في نفس الفترة

علماً بأن هـ(٣)×هـ(١) = ٥، هـ^2(٣) + هـ^2(١) = ١١.

$$\frac{\Delta \text{هـ}(\text{س})}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{هـ}(3) - \text{هـ}(1)}{2} = 6$$

$$\text{هـ}(3) - \text{هـ}(1) = 12 \leftarrow 1$$

$$\frac{\Delta \text{ن}(\text{س})}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ن}(3) - \text{ن}(1)}{2}$$

$$= \frac{\left(3 + \text{هـ}^3(3)\right) - \left(1 + \text{هـ}^3(1)\right)}{2}$$

$$= \frac{2 + \text{هـ}^3(3) - \text{هـ}^3(1)}{2}$$

$$= \frac{2 + \left(\text{هـ}(3) - \text{هـ}(1)\right)\left(\text{هـ}^2(3) + \text{هـ}(3)\,\text{هـ}(1) + \text{هـ}^2(1)\right)}{2}$$

$$= \frac{2 + (12)(11 + 5)}{2} = 97$$

---

٢) ن(س) كثير حدود من الدرجة الثانية يمر منحناه بنقطة الاصل ويحقق شروط نظرية رول علي الفترة [٠،٤] إذا كانت القيمة الصغرى للاقتران ن(س) في هذه الفترة تساوى -٤

جد قاعدة الاقتران ن(س).

$\text{ن}(\text{س}) = \text{أ}\text{س}^2 + \text{ب}\text{س} + \text{جـ}$

$\text{ن}(0) = 0 \Leftarrow \text{جـ} = 0$

∴ ن(س) يحقق رول في الفترة [٠،٤]

$\text{ن}(0) = \text{ن}(4)$

$0 = 16\text{أ} + 4\text{ب}$

$\therefore \text{ب} = -4\text{أ}$

$\text{ن}(\text{س}) = \text{أ}\text{س}^2 - 4\text{أ}\text{س}$

$\text{ن}'(\text{س}) = 2\text{أ}\text{س} - 4\text{أ}$

$\text{س} = 2$

$\text{ن}(2) = -4$

$\text{ن}(2) = 4\text{أ} - 8\text{أ} = -4$

$-4\text{أ} = -4 \Leftarrow \text{أ} = 1$

$\therefore \text{ب} = -4$

$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \text{س}^2 - 4\text{س}$

السؤال السابع :

١) ن(س) كثير حدود معرف [١، ٣] يقع في الربع الرابع ومتزايد علي مجاله وكان

وكان هـ(س) = ١٠ − س^{٢} معرفاً علي [١، ٣]،

جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ل(س) = (هـ(س) × ن(س))^{٢} علي نفس الفترة.

ن(س) < ٠   ن َ(س) > ٠

هـ(س) > ٠   هـ َ(س) < ٠ في الفترة [١، ٣]

ل َ(س) = ٢(هـ(س) × ن(س))(هـ(س) × ن َ(س) + ن(س) × هـ َ(س))

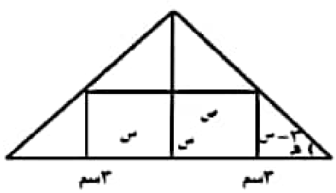
ل َ(س) = ٢(+ × −)((+ × +) + (− × −))

− × + = − < ٠

∴ ل(س) متناقص علي [١، ٣]

———————————————

٢) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ٦سم وارتفاعه ٨سم يراد رسم مستطيل داخله بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الأخرين على ساق المثلث أوجد أبعاد المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن.



م = ٢س ص ← ١

ظاهـ = $\frac{ص}{٣ - س}$ = $\frac{٨}{٣}$

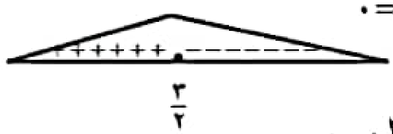
ص = $\frac{٨}{٣}$(٣ − س) التعويض في ١

م = $\frac{١٦}{٣}$(٣س − س^{٢})

م َ = $\frac{١٦}{٣}$(٣ − ٢س)

$\frac{١٦}{٣}$(٣ − ٢س) = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$



ص = $\frac{٨}{٣}$(٣ − $\frac{٣}{٢}$) = ٤

ابعاد المستطيل = ٢س = ٢ × $\frac{٣}{٢}$ = ٣سم

ص = ٤سم